

Una lezione simulata per il concorso a cattedra – *secundum legem* –

Il teorema di Pitagora

Enrico Maranzana

I nuovi regolamenti di riordino del 2010 pongono l'attività di laboratorio a fondamento del lavoro del docente: una disposizione sterile che non ha prodotto effetti.

La didattica ricalca il modello d'insegnamento universitario

Il laboratorio è una modalità didattica "*fondamentale e imprescindibile*" in cui si "*praticano i metodi di indagine propri dei diversi ambiti disciplinari*".

La progettazione di una lezione si caratterizza per la valorizzazione del nesso "occasione didattica" .. finalità. In altri termini: il sistema educativo è orientato allo sviluppo delle capacità e delle competenze dei giovani. L'organizzazione delle attività di classe implica sia l'identificazione degli obiettivi in cui le finalità sono scomponibili, sia l'indicazione della strumentazione idonea alla gestione della classe e al controllo degli esiti prodotti.

TITOLO: la storia di un triangolo

Classe di riferimento: 5° primaria/prima secondaria 1° grado

Finalità	Capacità d'osservazione: selezionare e focalizzare gli elementi necessari alla soluzione della questione posta; Capacità d'argomentare: costruzione di una concatenazione causa-effetti che dai dati del problema conduce alla soluzione; Capacità di controllo: valutare la consistenza dell'ipotesi-dei risultati ottenuti	
Obiettivi	Riconoscere, isolare e utilizzare dati estratti da figure geometriche quali elementi costitutivi di una dimostrazione; Manipolare/combinare dati per generare ipotesi; Proiettare l'ipotesi formulata su situazioni differenti da quelle in esame per valutarne l'efficacia; Applicare il procedimento e ottenere i risultati.	
Fasi Tempi Materiali	Note operative	Formazione dei gruppi. Il docente legge e specifica il risultato atteso 5' Lavoro di gruppo e predisposizione della comunicazione indicante percorso seguito e esiti conseguiti 30' Intergruppo: comunicazione, confronto, sintesi dei risultati 15' Sistematizzazione: il docente espone la soluzione 10'
	Proposta stimolo	SK 1 – distribuita a ogni studente
	Lucidi di sistematizzazione	Il docente utilizza il proiettore e Power Point per commentare i lucidi
	Materiale di rinforzo	Copia dei lucidi in formato PDF

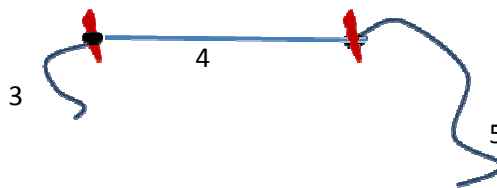
LA STORIA D'UN TRIANGOLO

SK.1

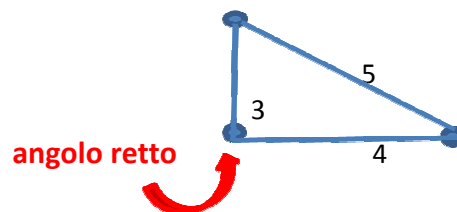
Per costruire una piramide con base quadrata gli egiziani, cinquemila anni fa, utilizzavano il cosiddetto metodo della corda, che restituiva degli angoli retti, di 90° . Prendevano una corda lunga 12 unità, con nodi che la dividono in parti di 3,4,5 unità di lunghezza.



Nei due nodi infilavano un paletto e li conficcavano nel terreno, tendendo la corda:



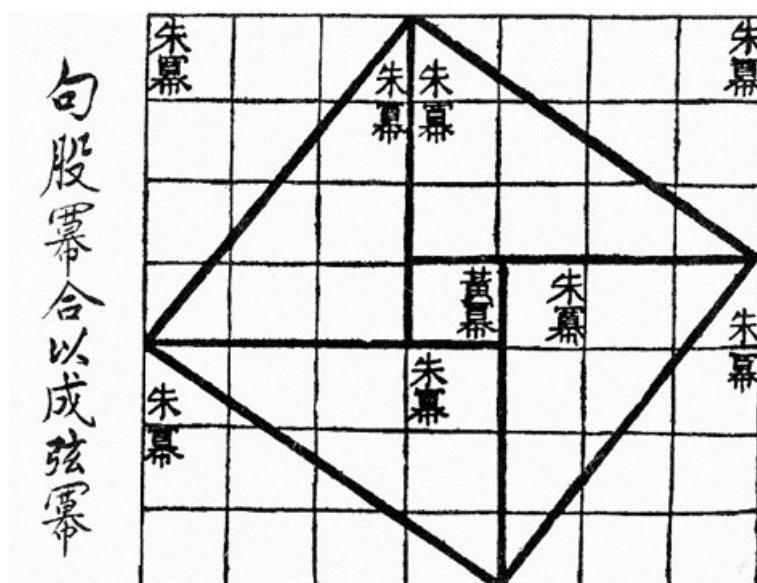
Prendevano le estremità della corda e le tendevano, facendole combaciare. Inserivano un paletto nel punto d'unione. I tre paletti determinavano i vertici di un triangolo rettangolo.



Puoi controllare la validità della regola utilizzando 12 stuzzicadenti.. 12 fiammiferi..

Anche i cinesi conoscevano e utilizzavano la stessa regola.

La seguente figura, che risale a più di tremila anni fa, enuncia la stessa regola e **contiene la spiegazione del perché il metodo 3,4,5 funziona.**



Su tavoletta di argilla babilonese, scritta nel 1800 a.c. sono incise terne di numeri che hanno le stesse proprietà di 3,4,5



La prima colonna delle prime tre righe non è leggibile: la tavoletta è stata scheggiata.

PROBLEMA

Supponi che il contenuto della tavola babilonese, tradotto e scritto nel nostro sistema di numerazione decimale, sia

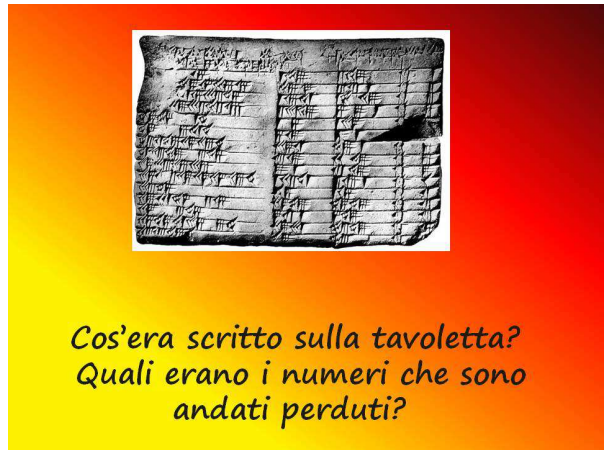
....	4	5
....	12	13
....	24	25
120	119	169
3456	3367	4825
4800	4601	6649
13500	12709	18541

Come completare la tabella inserendo i numeri che sono andati perduti?

Individuali e sostituiscili ai puntini

Un consiglio:

inizia la tua ricerca studiando la figura cinese per trovare le informazioni nascoste. Controlla se il lato lungo dei triangoli sia proprio di cinque quadratini; gli altri due, come vedi, misurano tre e quattro quadratini; l'angolo è di 90°.



Riformulazione del problema:
quanto devono misurare i tre lati di un triangolo affinché sia rettangolo?

Suggerimento:
studia la figura cinese e trova le informazioni nascoste

Suggerimento:
studia la figura cinese per trovare le informazioni nascoste.
Controlla se il lato lungo del triangolo sia proprio di cinque quadratini.

Quanto misura?

Ci sono quattro rettangoli 3 x 4

L'area del quadrato è 25 quadretti

Il lato misura 5 quadretti !!

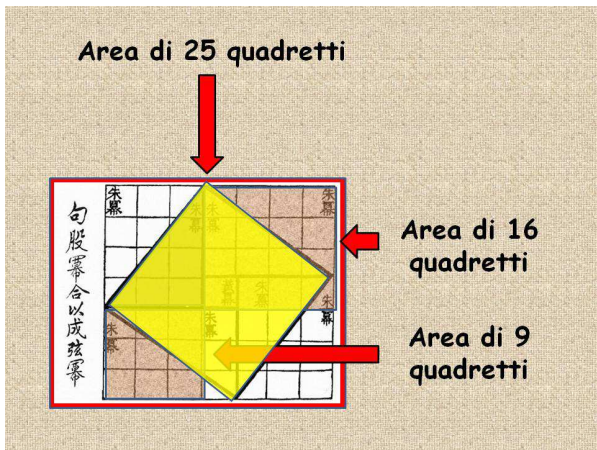
Suggerimento:
studia la figura cinese per trovare le informazioni nascoste.
La tua attenzione deve essere guidata dallo scopo della ricerca: completare la tabella babilonese, individuando la misura dei tre lati dei triangoli rettangoli

Ci sono quattro triangoli uguali

Suggerimento:
studia la figura cinese per trovare le informazioni nascoste.

Area di 16 quadretti

Area di 9 quadretti



9 + 16 = 25 ?!

Abbiamo trovato l'informazione nascosta?
 E' solo una coincidenza?

La tavoletta babilonese ci consentirà di rispondere alla domanda

Cateto 1	Cateto 2	Ipotenusa
...	4	5
...	12	15
...	24	25
119	120	169
3367	3456	4825
4601	4800	6649
12709	13500	18541

$119^2 = 14.161$ $120^2 = 14.400$ $169^2 = 28.561$
 $14.161 + 14.400 = 28.561$
 validata!!

Cateto 1	Cateto 2	Ipotenusa
...	4	5
...	12	15
...	24	25
119	120	169
3367	3456	4825
4601	4800	6649
12709	13500	18541

$3.367^2 = 11.336.689$ $3.456^2 = 11.943.936$ $4.825^2 = 23.280.625$
 $11.336.689 + 11.943.936 = 23.280.625$
 validata!!

- Come completare la tabella inserendo i numeri che sono andati perduti?
- Individuali e sostituisgili ai puntini.

Cateto 1	Cateto 2	Ipotenusa
...	4	5
...	12	15
...	24	25

- Come completare la tabella inserendo i numeri che sono andati perduti?
- Individuali e sostituisgili ai puntini.

Lo sappiamo

Cateto 1	Cateto 2	Ipotenusa
3	4	5
9	12	15
...	24	25

$15^2 = 225$ $12^2 = 144$
 81

- Come completare la tabella inserendo i numeri che sono andati perduti?
- Individuali e sostituisgili ai puntini.

Lo sappiamo

Cateto 1	Cateto 2	Ipotenusa
3	4	5
9	12	15
7	24	25

$25^2 = 625$ $24^2 = 576$
 49

Il greco Pitagora (575 a.c - 495 a.c.) ha generalizzato la relazione che sussiste tra i tre lati dei triangoli rettangoli, enunciando il teorema:

In un triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui due cateti.

In allegato i lucidi in formato Powerpoint per la sistematizzazione

SPERIMENTAZIONE - scuola primaria Cesare Battisti - Acquate – Lecco
Resoconto stilato da Enza Puccia – maggio 2012.

Le insegnanti hanno fotocopiato e distribuito ad ogni gruppo una copia del testo del problema, l'hanno quindi letto ad alta voce focalizzando il quesito posto, hanno inoltre distribuito una manciata di stuzzicadenti ad ogni gruppo.

I diversi gruppi hanno quindi riletto il testo ed iniziato a lavorare.

I bambini hanno subito riprodotto con gli stuzzicadenti il triangolo 3 – 4 – 5, verificando che i numeri in questione fossero proprio quelli.

Hanno poi riprodotto, sempre con gli stuzzicadenti, il "quadrato cinese" con dentro i diversi triangoli rettangoli.

Sono quindi passati a leggere le terne con i numeri mancanti.

Hanno cercato di utilizzare sempre il metodo concreto degli stuzzicadenti.

Con questo modo di procedere hanno facilmente trovato che con 12 – 13 il numero mancante fosse proprio 5.

Hanno iniziato ad avere difficoltà con 24 – 25 perché la "costruzione" che cercavano di realizzare era troppo grande per essere sicuri che i lati del triangolo fossero ancora "dritti" e che continuasse ad trattarsi di un triangolo rettangolo.

DISCUSSIONE CONCLUSIVA :

Un gruppo della sezione B ha scritto le terne **25** – 12 – 13 e **49** – 24 – 25 .

Invitati a dare spiegazione di questa scelta hanno detto :

"Nel primo caso abbiamo notato che sommando 4+5 si ottiene 9 che è formato da 3x3; nel secondo caso sommando 12+13 si ottiene 25 che è formato da 5x5; nel terzo caso sommando 24+25 si ottiene 49 che è formato da 7x7".

Un compagno di un altro gruppo ha osservato :

"Se avete ragionato così avreste dovuto scrivere 5 e 7 , non 25 e 49".

Un altro ha aggiunto :

"Questi numeri sono gli stessi che abbiamo trovato anche noi, però per il 5 siamo stati sicuri perché il triangolo costruito con gli stuzzicadenti ci stava sui banchi, per l'altro abbiamo fatto un'ipotesi perché il triangolo era troppo grande e non ci stava, abbiamo cercato di chiuderlo con l'immaginazione".

Ancora un altro ha chiesto :

"Per controllare se quello che pensavamo era giusto, noi abbiamo guardato anche i numeri scritti sotto e siccome sono numeri grandi non siamo riusciti a capire come dovevamo ragionare".

A questo punto è intervenuto un bambino del gruppo che aveva inizialmente lavorato con gli stuzzicadenti, ma poi era passato a scrivere numeri ed

operazioni ed aveva trovato velocemente i numeri nascosti.

"Io mi sono ricordato di quello che ci avevi raccontato di Pitagora che aveva imparato la geometria dagli Egizi e che aveva trovato il modo di conoscere quanto misuravano i lati del triangolo rettangolo perché ci costruiva sopra dei quadrati".

Un altro bambino dello stesso gruppo :

"Sì, è vero. Abbiamo provato a vedere se funzionava. Se prendi il lato 5 e ci fai il quadrato trovi 25, se prendi il 4 e fai la stessa cosa trovi 16. Se poi da 25 togli 16 trovi 9 che è il quadrato di 3, perciò i numeri del triangolo sono 3-4-5".

Sempre nello stesso gruppo :

"Abbiamo fatto la stessa cosa per gli altri triangoli: il quadrato di 13 è 169, il quadrato di 12 è 144, se fai 169 - 144 trovi 25 che è il quadrato di 5; il quadrato di 25 è 625, il quadrato di 24 è 576, se fai 625 - 576 trovi 49 che è il quadrato di 7".

A questo punto gli altri compagni erano convinti che il metodo funzionasse, hanno abbandonato gli stuzzicadenti e si sono dati da fare con moltiplicazioni, sottrazioni e divisioni per verificare anche le altre terne.

COMMENTO :

il ricordo di quanto appreso in precedenza non è stato immediato ed è avvenuto solo per un bambino che poi ha convinto i compagni del suo gruppo. L'invito a lavorare con gli stuzzicadenti e a ragionare sulle figure rappresentate ha portato molti bambini a concentrare la propria attenzione su questo aspetto pratico, senza riuscire a collegarlo a quella che era la reale richiesta.

Il teorema di Pitagora è stato presentato all'inizio dell'anno scolastico, quasi come una "curiosità" : trattando la storia della scienza, ho presentato i primi filosofi che cercavano una risposta alla domanda "Cosa c'è all'origine di tutto ciò che appare nel mondo?" (la ricerca di un principio unificante).

Così ho parlato di Pitagora e del fatto che per lui tutto fosse numero, di tutti i suoi studi matematici e di quella "scoperta" dei lati del triangolo rettangolo.

Non ho mai fatto lavorare però i bambini su questi problemi, in quanto sarà argomento della scuola media.

I bambini conoscevano i numeri quadrati (così come i numeri primi) in seguito a ragionamenti ed osservazioni eseguiti sulla tabella della moltiplicazione.

Alla fine di questo lavoro posso dire di essere soddisfatta : attraverso il confronto e la discussione la conoscenza di uno è diventata conoscenza di tutti e penso che sarà un'acquisizione che durerà nel tempo.

Quattro proposte esemplificative d'attività laboratoriali sono in rete:

"Percorso didattico sui numeri naturali e sistemi di numerazione"

prima secondaria primo grado

"Problema-modello-esecutore"

Introduzione alla cultura informatica

"Problemi, metodi e concetti dell'economia aziendale"

"Laboratorio di matematica: Archimede"

L'elusione della volontà del legislatore che è stata denunciata nella frase d'apertura ha una precisa e identificabile origine: l'assenza della cultura dell'organizzazione.

Una questione che è stata affrontata in "Coraggio! Organizziamo le scuole", in "Quale formazione per il dirigente scolastico" e in "La professionalità dei docenti: un campo inesplorato" visibili in rete.